

O PROBLEMA DA FORMA ALGÉBRICA DE FUNÇÕES DE RESPOSTA A FERTILIZANTES (*)

Carlos Alberto Meneguelli
Hélio Tollini(**)

SINOPSE

Grande número de pesquisadores tem se preocupado com a forma algébrica das funções de resposta a fertilizantes. O problema central na escolha da forma algébrica a ser ajustada aos resultados experimentais dessas funções é o seu desconhecimento no mundo real.

O presente trabalho tem por objetivo obter alguma idéia sobre as consequências de se usar determinada forma quando a verdadeira é diferente no mundo simulado.

SUMMARY

Researchers, in general, have been worried about the algebraic form of fertilizer's response functions. The central problem in selecting an algebraic form fittable to the experimental data is the lack of knowledge about which one is true in the real world. The purpose of this paper is to obtain some informations on the consequences of using a specific algebraic form when the true one is different from the simulated one.

(*) Trabalho apresentado pelo segundo autor, em Seminário para os estudantes e pós-graduados de Economia Rural da Universidade Federal de Viçosa, outubro de 1976.

(**) Pesquisadores do D.P.D./EMBRAPA.

R. Econ. Rural	Brasília	v. 16	n.4	p.97-104	out./dez. 1978
----------------	----------	-------	-----	----------	----------------

O PROBLEMA DA FORMA ALGÉBRICA DE FUNÇÕES DE RESPOSTAS A FERTILIZANTES

Carlos Alberto Meneguelli
Hélio Tollini

I. INTRODUÇÃO

Parte significativa dos investimentos em pesquisa agropecuária no mundo inteiro tem sido dirigida ao estudo da resposta de várias culturas aos insumos de fertilizantes. Tal fato é compreensível se se considerar que o grande objetivo da pesquisa agropecuária tem sido o de elevar a produtividade das culturas, e que o uso de fertilizantes é dos mais importantes caminhos para se atingir esse objetivo.

Número bem grande de experimentos e estudos de campo, nas mais variadas condições, tem demonstrado o potencial que os fertilizantes apresentam, para elevação da produtividade física das culturas, mormente quando conjugados com novas variedades de plantas e com outras práticas agrícolas. A chamada Revolução Verde constitui prova disso.

A crescente importância de fertilizantes na agricultura faz com que aumente a necessidade de se avaliar melhor a relação entre produção e fertilizantes, para os principais produtos agrícolas.

Superada a fase de delineamento experimental, o problema mais interessante e mais difícil é o da escolha da forma algébrica adequada para apresentar a relação-produção-fertilizante, em estudo. Desde Liebig, nos meados do século XIX, até os nossos dias, grande número de pesquisadores tem se preocupado com a forma algébrica das funções de resposta a fertilizantes (3).

O problema central na escolha da forma algébrica a ser ajustada aos resultados experimentais é o desconhecimento de qual seja a verdadeira forma no mundo real (4). Apesar das hipóteses pioneiras de Liebig, de Mitscherlich, de Mitscherlich-Baule, de Spillmann e de alguns outros, não se dispõe de teoria agrônomo-matemática que leve os pesquisadores a aceitar uma forma algébrica específica como a mais indicada. Por essa razão, é possível encontrar competentes pesquisadores divergindo sobre qual forma é preferível, entretanto, antes que esforço maior seja gasto em discussões sobre as vantagens e desvantagens de

cada forma, vale a pena parar e perguntar: a) há diferença, sob algum critério, entre usar uma ou outra forma, independente de qual seja a relação no mundo real? b) qual a direção e magnitude das diferenças observadas?

O presente trabalho apresenta alguns resultados de pesquisa recentemente concluída (2). O objetivo não é descobrir qual é a verdadeira forma no mundo real, em dadas circunstâncias, mas, apenas obter alguma idéia sobre as consequências de se usar determinada forma quando a verdadeira, no mundo simulado, é diferente.

Neste trabalho discute-se, a seguir, a metodologia usada, os resultados obtidos, e procura-se tirar algumas conclusões.

2. METODOLOGIA

O problema da escolha da forma algébrica para representar funções de respostas, em ensaios de adubação, reside no desconhecimento da forma exata no mundo real. Provavelmente, não existe uma forma de validade geral. Ela pode variar com a cultura, o solo, o clima, as práticas culturais etc.

Este estudo considerou quatro formas básicas: quadrática, raiz quadrada, Mitscherlich e linear. Várias outras poderiam ter sido escolhidas. A restrição de tempo de computação, todavia, recomendava que se limitasse até quatro o número de formas consideradas.

Os polinômios são funções muito utilizadas, em estudos de resposta à adubação, principalmente, a forma quadrática e a transformação raiz quadrada. Pesa sobre a função quadrática a observação de que tenderia a dar muitos pontos de sela (1).

A função de Mitscherlich, também bastante usada, e uma das poucas sustentadas por considerações agronômicas, é de ajustamento menos fácil por ser não linear nos parâmetros. Seu uso tem sido restrito mais a problemas com uma variável independente. Neste estudo, foi tentado seu ajustamento, no caso de duas variáveis independentes.

A função linear é extremamente simples, e, **a priori**, não seria usada em situações em que se esperassem retornos decrescentes. Aproxima, de certa maneira, da função Liebig, todavia, se a falta de linearidade das observações é acentuada, a função linear tenderá a subestimar a declividade do ramo ascendente da função Liebig.

Criar um mundo cuja forma e parâmetros fossem conhecidos para daí simular experimentos e observar o comportamento de cada forma algébrica ajustada aos resultados experimentais gerados por simulação, foi o primeiro passo do trabalho.

Para que as comparações fossem completas, foi necessário criar tantos "mundos" quantas eram as formas algébricas a comparar. Assim, foram criados

um “mundo” quadrático, uma raiz quadrada, um Mitscherlich e um linear. Isso tornou possível comparar as diversas formas em situações em que cada uma delas correspondia ou não à forma pressuposta como verdadeira, isto é, foi possível avaliar as recomendações de cada uma das quatro formas, em cada um dos quatro “mundos”.

Na criação dos quatro “mundos” foram usados como base os resultados de um experimento, realizado no município de Natividade, Rio de Janeiro, em 1972, pelo ex-Instituto de Pesquisa Agropecuária do Centro-Sul, hoje UEPAE de Itaguaí. A resposta do milho a nitrogênio e fósforo foi estudada em um fatorial 5x5, com três repetições e com N e P₂O₅ nas quantidades de 0,125, 250, 375 e 500 kg/ha. Pormenores podem ser encontrados em(2).

As equações obtidas para cada mundo foram:

a) Mundo Quadrático

$$Y = 2484,2857 + 6,8828N + 4,6330P - 0,0140N^2 - 0,0087P^2 + 0,0076NP$$

b) Mundo Raiz Quadrada

$$Y = 2765,7236 + 102,7453N^{0,5} + 39,6209P^{0,5} - 5,4103N - 2,3408P + 4,8965N^{0,5}P^{0,5}$$

c) Mundo Mitscherlich

$$Y = 4429,5 \quad [1-10^{-0,0066(N + 64,024)}] [1-10^{-0,0054(P + 77,288)}]$$

d) Mundo Linear

$$Y = 2716,6667 + 1,7867N + 2,1844P$$

A partir das equações pressupostas como verdadeiras, para cada um dos mundos, criaram-se equações geradoras de experimentos simulados. Isso foi feito juntando-se a cada equação, aditivamente, uma variável aleatória com distribuição normal, média zero e variância contante. A estimativa da variância residual obtida para cada função ajustada ao experimento real, feito em Natividade, foi considerada como a variância populacional do mundo simulado correspondente.

Para cada mundo, foram gerados 100 experimentos (quatrocentos experimentos no total, portanto). A cada um dos experimentos foi ajustada cada uma das quatro formas consideradas (total de 1.600 ajustamentos). De cada equação ajustada, foram estimadas as doses de nitrogênio e fósforo que maximizavam a renda líquida acima dos custos dos nutrientes, fertilizantes, dada certa relação de preços.

Dois tipos de rendas líquidas calculadas, usando-se as doses ótimas: as rendas líquidas esperada pelas equações experimentadas e as esperadas no mundo real.

As distribuições dessas duas rendas líquidas, para cada função, em cada mundo, foram analisadas comparando-se:

a) o desvio do valor esperado de cada distribuição, em relação à renda líquida máxima real;

- b) o segundo momento dessas distribuições em relação aos próprios valores esperados (média) das distribuições; e
- c) o segundo momento dessas distribuições em relação à renda líquida máxima real.

3. RESULTADOS

As médias das rendas líquidas, geradas pelas funções ajustadas nos resultados dos experimentos e pela função do mundo respectivo são mostradas no quadro 1.

Fato a notar no quadro 1 é que as equações experimentais raiz quadrada superestimaram a renda líquida máxima possível, no mundo quadrático, em 819 cruzeiros por hectare, todavia, as recomendações da raiz quadrada, quando utilizadas no mundo quadrático, deram, em média, a maior aproximação da renda líquida máxima nesse mundo. Se se considerar igualmente importante o que os pesquisadores esperam de suas equações experimentais, e o que os agricultores realizam, no mundo quadrático, a função quadrática levaria alguma vantagem. Se se considerar apenas o que os agricultores realizam, a raiz quadrada leva pequena vantagem, mesmo no mundo quadrático.

No mundo raiz quadrada, a vantagem da função raiz quadrada é evidente. Aproxima-se mais do que qualquer outra, o máximo possível, do mundo ideal, tanto em termos do esperado experimentalmente (E), quanto do realizado (O).

A mesma vantagem se verificou para a raiz quadrada no mundo Mitscherlich, embora a função Mitscherlich tenha se aproximado da raiz quadrada.

QUADRO 1 — Médias das rendas líquidas esperadas pelos experimentos (E) e observadas no mundo simulado (O), com recomendações experimentais (Cruzeiros)

		Mundo(*)			
Função(*)		Q	RQ	M	L
Q	E	3.940	4.000	3.294	3.742
	O	3.749	4.304	3.487	3.873
RQ	E	4.660	4.860	4.116	4.144
	O	3.785	4.651	3.683	3.978
M	E	3.387	4.026	4.163	3.117
	O	3.574	4.165	3.509	3.414
L	E	4.084	4.084	3.480	4.149
	O	3.726	4.149	2.545	4.075
Renda Líquida Máxima no Mundo		3.841	4.750	3.876	4.075

(*) Q = Quadrática, RQ = Raiz Quadrada; M = Mitscherlich; L - Linear.

No mundo linear, a raiz quadrada praticamente igualou à própria função linear. A exatidão da linear, em termos de realizado no mundo (O), pode ser enganadora, pois as recomendações experimentais no mundo foram de doses nulas de nitrogênio e fósforo.

Para se analisar um pouco mais as distribuições das rendas líquidas esperadas experimentalmente (E) e as observadas nos mundos simulados (O) com as recomendações experimentais, o quadro 2 apresenta os desvios-padrão dessas duas distribuições.

É interessante notar no quadro 2 que a dispersão de rendas líquidas esperadas pelas funções raiz quadrada é das maiores, em qualquer mundo, mas, em termos das rendas líquidas observadas nos mundos simulados, a dispersão da raiz quadrada, em qualquer mundo, é bem menor (ignorando a da linear, que não deu dispersão nenhuma, por sempre recomendar doses nulas). Além da dispersão em torno do valor esperado (média) das próprias distribuições de rendas líquidas, interessa ainda mais conhecer a dispersão em termo da renda líquida máxima possível para cada mundo. Essa dispersão é dada pelo erro médio quadrático, que é o segundo momento das distribuições das rendas líquidas, em relação à máxima renda líquida que se poderia conseguir caso fossem conhecidas as equações verdadeiras para os mundos. O quadro 3 apresenta esses valores.

Pelo quadro 3, verifica-se a maior aproximação que a função raiz quadrada mostrou, em qualquer mundo, para as rendas líquidas que seriam observadas com as recomendações experimentais. O erro médio quadrático nulo para a função linear, no mundo linear, como no caso das rendas líquidas médias e desvios-padrão (quadros 1 e 2), deve-se às recomendações de doses nulas de nitrogênio e fósforo pelas equações lineares experimentais e pela equação do mundo linear. Apenas no caso das rendas líquidas esperadas experimentalmente (E), no mundo quadrático, a função raiz quadrada mostrou a maior dispersão, devido à variância relativamente grande e ao grande desvio da média de sua distribuição de rendas líquidas, para a renda líquida máxima possível.

Quadro 2 — Desvios-padrão das distribuições de rendas líquidas pelos experimentos (E) e observadas no mundo simulado (O) com as recomendações experimentais (Cruzeiros)

		Mundo(*)			
Função(*)		O	RQ	M	L
Q	E	334	336	280	331
	O	67	182	308	436
RQ	E	378	349	337	402
	O	28	173	152	87
M	E	324	538	700	604
	O	316	257	401	453
L	E	321	293	328	375
	O	0	0	0	0

(*) Q = Quadrática; RQ = Raiz Quadrada; M = Mitscherlich; L — Linear.

QUADRO 3 — Erros médios quadráticos das distribuições de rendas líquidas esperadas pelos experimentos (E) e observadas no mundo simulado (O) com as recomendações experimentais (Cruzeiros)

Função(*)		Mundo(*)			
		Q	RQ	M	L
Q	E	348	826	648	478
	O	115	484	497	483
RQ	E	905	366	415	408
	O	64	200	247	132
M	E	562	914	760	1.182
	O	415	650	551	834
L	E	403	731	516	382
	O	115	605	1.337	0

(*) Q = Quadrática; RQ = Raiz Quadrada; M = Mitscherlich; L — Linear.

As reduções percentuais entre as rendas líquidas médias, obtidas nos mundos com as recomendações experimentais, relativamente à renda líquida que cada mundo permitiria, são apresentadas no quadro 4.

QUADRO 4 — Percentual de redução entre a renda líquida máxima obtida com as recomendações experimentais e a renda líquida máxima possível em cada mundo.

Função(*)	Mundo(*)			
	Q	RQ	M	L
Q	2,4	9,4	10,4	5,0
RQ	1,5	2,1	5,0	2,4
M	7,0	12,3	9,4	16,2
L	3,0	12,7	34,3	0

(*) Q = Quadrática, RQ = Raiz Quadrada; M = Mitscherlich; L — Linear.

O quadro 4 mostra também vantagens para a função raiz quadrada. A decisão de quanto usar de fertilizantes é de risco. Nestas condições, perdas de 5 — 10%, em renda líquida esperada, em virtude do uso de doses de fertilizantes inferiores às ótimas, são compensadas por acentuada redução no risco (5). Assim, as perdas verificadas de 1,5 — 5,0%, mediante o uso da função raiz quadrada, não parecem importantes.

4. CONCLUSÕES

Como todo estudo de simulação, o presente trabalho não é conclusivo ao ponto de os resultados poderem ser generalizados, para uma ampla gama de situações. O estudo teria de ser repetido para outras situações experimentais: apenas um nutriente variável, três nutrientes variáveis, outras culturas, outros “mundos”, outros delineamentos básicos etc.

Foi feita sensibilidade à constelação de preços. Os preços usados foram os observados no mercado do Rio de Janeiro, em meados de 1976. Preços mais favoráveis e menos favoráveis não alteram, como esperado, o desempenho das funções estudadas.

De qualquer forma, o estudo permite que se tenha base melhor para a escolha da forma algébrica, em estudos de resposta da produção a fertilizantes. A função raiz quadrada, em geral, mostrou desempenho melhor do que as outras funções nos mundos testados.

Estudos que procurem indicar quais funções apresentam vantagens, e, em quais situações, serão muito úteis, para que não se continue sem saber qual a forma algébrica, no mundo real.

A vantagem clara da função raiz quadrada, demonstrada na situação simulada neste estudo, é acentuada pelo custo muito menor do ajustamento das funções lineares nos parâmetros, relativamente às não lineares. Tal fato deve fazer com que os pesquisadores a considerem como importante alternativa para representar funções de resposta a fertilizantes.

5. LITERATURA CITADA

1. CAMPOS, Humberto de, Aspectos da aplicação das superfícies de resposta a ensaios fatoriais 3.º de adubação. Tese de livre-docência, não publicada. ESALQ. Piracicaba, SP, 1967.
2. MENEGUELLI, Carlos Alberto, Avaliação do efeito da escolha de forma algébrica inadequada para função de resposta à edubação. Tese de M.S., não publicada. Departamento de Estatística, Universidade de Brasília, 1976.
3. NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES — NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Status and Methods of research in economic and agronomic aspects of fertilizer response and use*. Publication 918 — Washington, D.C., USA.
4. TOLLINI, Hélio. *Simulação e análise econômica de ensaios de adubação*. Trabalho apresentado à Semana de Estudos sobre Interpretação de Resultados de Adubação, EMBRAPA, Brasília, 5-8 de março de 1974.
5. TOLLINI, Hélio & SEAGRAVES, J.A. A dual and optimal use of fertilizer. The case of nitrogen on corn in Eastern North Carolina. *Economic research report n.º 14*. Department of Economics, North Carolina State University at Raleigh, N.C., USA, 1970.