

# ESTUDO ECONÔMICO DA DETERMINAÇÃO DAS DOSES ÓTIMAS DE FERTILIZANTES E DA IDADE ÓTIMA DE CORTE EM *EUCALYPTUS SALIGNA* SM, EM SOLO DE CERRADO, NO ESTADO DE SÃO PAULO

---

Antonio Carlos de Mendes Thame  
Rodolfo Hoffmann(\*)

## SINOPSE

O presente estudo teve como principal objetivo determinar a idade ótima de corte e as doses ótimas de fertilizantes para **Eucalyptus Saligna** Sm, com base em experimento estabelecido em Moji-Guaçu (Estado de São Paulo) em solo de cerrado, espaçamento de 3,00 X 1,50m, obedecendo à fatorial 3 X 3 X 3 X 2, com N, P, K, calcário, com seis blocos incompletos, cada um com 18 tratamentos.

Foram ajustadas aos dados de volume de madeira as funções de Gompertz, a logística e um modelo polinomial.

Com o volume crescendo conforme a função de Gompertz, foi determinada a idade ótima e, no caso da função polinomial, também as doses ótimas de fertilizantes. Foi admitido que o empresário deseja maximizar o valor atual da renda líquida.

## SUMMARY

The main objective of this paper is to determine the optimal cutting age and the economic amounts of fertilizers for **Eucalyptus Saligna** Sm, based on a 3 X 3 X 3 X 2 factorial experiment, with N, P, K and lime, with six incomplete blocks, each with 18 treatments. The experiment was conducted in Moji-Guaçu, State of São Paulo.

The following functions were adjusted to the data relating to amount of wood: Gompertz' function, the logistic and a polynomial model.

The optimal cutting age was determined admitting that the amount of wood was increasing to the Gompertz' function. In the case of the polynomial model, the most economic amounts of fertilizers were also determined. It was assumed that the manager desires to maximize the present value of net income.

---

(\*) Professores do Departamento de Economia e Sociologia Rural da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo. Este trabalho é uma versão resumida da dissertação de mestrado do primeiro autor.

# **ESTUDO ECONÔMICO DA DETERMINAÇÃO DAS DOSES ÓTIMAS DE FERTILIZANTES E DA IDADE ÓTIMA DE CORTE EM *EUCALYPTUS SALIGNA* SM, EM SOLO DE CERRADO NO ESTADO DE SÃO PAULO**

---

Antonio Carlos de Mendes Thame  
Rodolfo Hoffmann

## **1. O PROBLEMA E SUA IMPORTÂNCIA**

Os vultosos investimentos no setor florestal têm gerado uma crescente pressão por informações que permitam o estudo e o desenvolvimento de métodos mais racionais para a produção florestal.

Um fator cujo conhecimento tem expressiva importância no resultado final de um povoamento florestal é a época economicamente ideal de corte, cuja determinação visa à obtenção da renda líquida atual máxima.

HOFFMANN & BERGER (5) afirmam que o aumento da procura de madeiras, acompanhado da elevação do preço real das mesmas, tem levado os silvicultores a desenvolver métodos para aumentar o rendimento das florestas por unidade de área e a mecanizar as atividades florestais, visando a uma redução nos custos da matéria-prima florestal. Afirmam, ainda, que a época economicamente ideal para o corte é um fator vital em quaisquer planos, pois, realizando uma operação de derrubada antes ou depois dessa idade, o silvicultor estará contribuindo para a elevação dos seus custos de produção, deixando de obter, portanto, o máximo retorno sobre o investimento.

Por outro lado, insumos modernos aliados a novas técnicas têm tornado obsoletas combinações de recursos anteriormente satisfatórias, exigindo novos estudos, visando à recombinação dos fatores de produção.

Estes insumos modernos têm sido responsáveis por significativos aumentos na produção agrícola e, dentre eles, os fertilizantes podem ser considerados como um dos mais importantes, pois se constituem num dos meios mais eficientes de aumentar a produtividade agrícola e também a renda da agricultura.

O uso adequado e racional desse insumo implica em aumentos na produção e, conseqüentemente, no rendimento bruto das empresas, devendo vir ao encontro do objetivo principal do empresário – maximização da receita líquida.

Poucos trabalhos sobre adubação em nosso país oferecem dados possíveis de serem utilizados prontamente por agricultores, ou por instituições públicas ou privadas, interessadas na produção ou distribuição de adubos.

Há carência de trabalhos que enfatizem aspectos de natureza econômica.

WRIGHT et alii (15) consideram que os programas de pesquisas e extensão não têm acompanhado a recente expansão do consumo de fertilizantes, tem sido feito pouco mapeamento de solos e quase nenhuma pesquisa sobre deficiências de micronutrientes no solo. Nos estudos agronômicos realizados, as questões econômicas têm sido, geralmente, negligenciadas.

Além disso, os estudos baseados em dados experimentais têm oferecido resultados variados para o uso de fertilizantes no Brasil. NELSON (11), compilando resultados de pesquisas, mostra que o número de respostas significativas e positivas aos fertilizantes era aproximadamente igual ao número de respostas nulas, ou inconclusivas.

A obtenção de funções de produção que estimem a produção a ser obtida em função de diferentes doses de fertilizantes permitiria determinar a dose econômica, isto é, a quantidade de fertilizante que maximiza a receita líquida.

É importante, outrossim, salientar que, nas poucas pesquisas em silvicultura visando à determinação da idade ótima de corte ou das doses econômicas de nutrientes, têm-se obtido esses resultados isoladamente, ou seja, são idades ótimas para determinados níveis de fertilizantes, ou vice-versa.

Por dificuldades metodológicas, essas pesquisas não têm incorporado à análise a influência dos níveis de adubação na determinação da idade ótima de corte.

Este trabalho consiste em um esforço para oferecer uma metodologia que atenda a esses objetivos.

## 2. OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é ajustar, a dados experimentais, funções de produção, e utilizá-las em análise econômica da exploração florestal.

Os principais objetivos específicos são:

- a) determinação da época economicamente ideal para o corte em povoamento de *Eucalyptus saligna* Sm, admitindo-se que o empresário deseje maximizar o valor atual da renda líquida;
- b) determinação das quantidades de nutrientes que maximizam o valor atual da renda líquida;
- c) provimento de suporte metodológico para pesquisas futuras.

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 Material

Foram utilizadas sucessivas medições em experimento de **Eucalyptus saligna** Sm, no Horto Santa Terezinha, de propriedade da Champion Celulose S.A., no município de Moji-Guaçu, o qual apresenta uma altitude de 580 m e um índice pluviométrico em torno de 1.300 mm/ano.

Ess experimento foi instalado em 28 e 29 de janeiro de 1965, em solo latosol vermelho-amarelo, fase arenosa, de classe textural barro-argilo-arenoso, ácido e de baixa fertilidade. A sua finalidade foi a de estudar aspectos do emprego de fertilizantes minerais em reflorestamento, em solo de cerrado (ver MELLO (9)).

A aplicação de adubos foi efetuada em 22 de janeiro de 1965, sendo o nitrogênio fornecido como sulfato de amônio (com 20% de N), e nas doses 0 (zero), 30 e 60 kg de N por hectare, correspondendo a 0, 13,5 e 27 g por planta.

O fósforo, utilizado nas doses de 0, 40 e 80 kg de  $P_2O_5$  por hectare, ou seja, 0, 18 e 36 g por planta, foi fornecido como superfosfato simples (com 20% de  $P_2O_5$ ).

O potássio, sob a forma de cloreto de potássio (com 60% de  $K_2O$ ), foi aplicado nas doses de 0, 50 e 100 kg de  $K_2O$  por hectare, correspondendo a 0, 22,5 e 45 g por planta.

Foi aplicado calcário dolomítico, a lanço, à razão de 2 toneladas por hectare e incorporado por meio de uma gradeação. Sua aplicação foi efetuada com um mês de antecedência do plantio.

O ensaio foi instalado segundo delineamento em blocos casualizados e obedecendo ao esquema fatorial  $3 \times 3 \times 3 \times 2$  para N, P, K e calcário. Os 54 tratamentos foram distribuídos em 3 blocos incompletos, com 18 parcelas cada um. Como havia 2 repetições dos 54 tratamentos, o ensaio tinha um total de 6 blocos, com confundimento de 2 graus de liberdade da interação NPK.

Das 224 plantas ( $14 \times 16$ ) que compunham cada parcela, apenas as 49 centrais foram utilizadas para a coleta de dados. Como o espaçamento adotado foi de  $3 \times 1,5$ m, a área ocupada por parcela foi de  $1.008m^2$ , dando para um bloco a área de  $18.144m^2$  e para o experimento  $108.864m^2$ .

Foram utilizadas no trabalho as medidas de diâmetro e altura, realizadas em 18/3/66, 15/6/66, 3/2/67, 23/1/68 e em 13 e 14/1/69, quando as plantas tinham, respectivamente, 1,14, 1,38, 2,01, 2,99 e 3,96 anos de idade a contar do plantio.

Os dados de diâmetro e altura foram aplicados à equação volumétrica  $V = 41,992 + 0,434 \cdot DAP^2 \cdot H$ , obtida por COUTO (3), na qual:

- V = volume real com casca (em dm<sup>3</sup>),  
 DAP = diâmetro à altura do peito (em dm) e  
 H = altura (em dm).

Esta equação foi obtida com os dados desse mesmo experimento, apresentando um coeficiente de determinação igual a 0,9777.

Até 2,01 anos, ao constatar-se, por ocasião das medições, alguma falha nas 49 árvores centrais consideradas para coleta dos dados de cada parcela, fazia-se substituição por árvores da periferia, de modo a manter constante o número de 49 plantas. Este critério não mais foi adotado nas medições de 23/1/68 e de 13 e 14/1/69, quando as falhas foram acusadas.

Por este motivo, a análise é efetuada com valores em volume médio por árvore e não por hectare, conquanto esta última forma melhor expressa a produção de um povoamento, pois incorpora as possíveis quebras ou falhas.

Pelo mesmo motivo, não foi possível utilizar, nesta análise, dados de volume de madeira descascada e empilhada (em estéreos por hectare) obtidos aos 5 anos, após o corte raso de todas as árvores do experimento.

## 3.2 Métodos

### 3.2.1 Equações de Regressão e Análise de Variância

O estudo das variações nos volumes foi feito ajustando-se equações aos dados.

Sendo  $y$  a variável dependente, representando volume de madeira em pé por planta, em dm<sup>3</sup>, e sendo  $t$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  as variáveis independentes, as quais representam, respectivamente, a idade das plantas, em anos, após o plantio, e o número de doses utilizadas de nitrogênio (sob a forma de sulfato de amônio), fósforo (superfosfato simples) e potássio (cloreto de potássio), foram ajustados os seguintes modelos:

$$y = a b^{C^t} \text{ (função de Gompertz)}$$

$$y = \frac{a}{1 + b c^t} \text{ (função logística)}$$

$$y = a + b_0 t + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{00} t^2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{01} t x_1 + b_{02} t x_2 + b_{03} t x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 \text{ (função polinomial)}$$

onde:

$a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $C$ ,  $b_j$  e  $b_{hj}$  ( $h \leq j = 0,1,2,3$ ) são parâmetros.

A equação polinomial foi ajustada pelo método dos mínimos quadrados, da maneira usual (regressão múltipla).

A função logística e a função de Gompertz foram ajustadas pelos métodos de NELDER (10) e STEVENS (14), respectivamente, considerando-se um erro multiplicativo no modelo. Uma exposição desses métodos de ajustamento pode ser encontrada em HOFFMANN & VIEIRA (6).

O ajustamento das funções de Gompertz e logística foi feito separadamente para cada um dos 6 blocos.

Cada bloco apresenta 18 diferentes tratamentos (diferentes combinações de doses de fertilizantes e corretivo), com 5 observações consecutivas do volume real de madeira em pé por árvore (aos 1,14, 1,38, 2,01, 2,99 e 3,96 anos de idade).

Os blocos 2, 4 e 6 apresentam os mesmos tratamentos que os blocos 1, 3 e 5, respectivamente, sendo, portanto, uma repetição dos tratamentos.

Foi feita uma análise de variância com dois critérios de classificação, usando o logaritmo neperiano do volume de madeira, em  $\text{dm}^3$  por planta, conforme o esquema a seguir:

### ESQUEMA DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Causas de variação	Graus de liberdade
Regressão (Gompertz ou Logística)	2
Falta de ajustamento	2
Idade	4
Tratamentos (adubos e corretivo)	17
Resíduo	68
Total	89

A soma de quadrados devida à idade é decomposta na soma de quadrados de regressão (que corresponde à variação do volume de madeira com a idade que é "explicada" pela curva ajustada, logística ou de Gompertz) e na soma de quadrados devida à falta de ajustamento. O valor de F relativo à Falta de Ajustamento permite verificar se o modelo adotado é apropriado.

#### 3.2.2 Determinação da Idade Ótima de Corte e das Doses Ótimas de Fertilizantes, Quando se Ajusta a Função Polinomial aos Dados de Crescimento do Volume de Madeira

Seja  $t$  a idade, em anos, de um povoamento florestal, contada a partir do plantio,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  o número de doses utilizadas de, respectivamente, nitrogênio

(sob a forma de sulfato de amônio), fósforo (superfosfato simples) e potássio (cloreto de potássio), aplicadas no momento do plantio e y o volume de madeira, em pé, por planta. A curva de crescimento, em volume, do povoamento florestal pode, então, ser genericamente representada por:

$$y = f(t, x_1, x_2, x_3) \quad (I)$$

Considere-se, inicialmente, a determinação do máximo de y. As condições de primeira ordem, ou condições necessárias, são:

$$f_t = \frac{\partial y}{\partial t} = 0$$

e

$$f_j = \frac{\partial y}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3)$$

As condições de segunda ordem referem-se aos sinais dos menores principais do determinante Hessiano:

$$F = \begin{vmatrix} f_{tt} & f_{t1} & f_{t2} & f_{t3} \\ f_{t1} & f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{t2} & f_{12} & f_{22} & f_{23} \\ f_{t3} & f_{13} & f_{23} & f_{33} \end{vmatrix}$$

cujos elementos são os valores de:

$$f_{tt} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad f_{tj} = \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x_j} \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$f_{hj} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_h \partial x_j} \quad (h \leq j = 1, 2, 3) \text{ no ponto que satisfaz às condições de}$$

primeira ordem.

As condições de segunda ordem para máximo exigem que os menores principais de ordem ímpar sejam negativos e que os menores principais de ordem par sejam positivos. Assim, deve-se ter  $f_{tt} < 0$ ,  $f_{jj} < 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ),

$$\begin{vmatrix} f_{tt} & f_{t1} \\ f_{t1} & f_{11} \end{vmatrix} > 0, \text{ etc.}$$

Ressalte-se que as condições de segunda ordem, combinadas com as de primeira ordem, constituem condições **suficientes** para caracterizar um ponto de máximo.

A seguir, é analisada a determinação do ponto ótimo econômico, isto é, a determinação dos valores de  $t$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ , e  $x_3$  que maximizam o valor atual de renda líquida obtida com a exploração do povoamento florestal.

Seja  $P_y$  o preço da madeira em pé (ou o valor obtido, por unidade de volume, subtraindo-se do preço da madeira em certo local o custo de corte, carregamento e transporte até esse local). A receita obtida pelo proprietário do povoamento florestal, ao vender a madeira no instante  $t$ , é dada por:

$$w = y p_y = p_y f(t, x_1, x_2, x_3) \quad (II)$$

Considerando uma taxa de juros com capitalização anual de 100r% ao ano, o valor dessa receita no instante  $t = 0$  é:

$$w_0 = \frac{w}{(1+r)^t} = w (1+r)^{-t}$$

Como esta função apresenta descontinuidade por ocasião da capitalização dos juros, é preferível considerar juros com capitalização contínua. Seja  $\rho$  a taxa anual de juros com capitalização contínua equivalente a  $r$ . Então:

$$e^{\rho} = 1+r$$

$$\text{ou } \rho = \ln(1+r)$$

$$e^{-\rho t} w_0 = w e^{-\rho t} \quad (III)$$

onde  $e$  é a base dos logaritmos naturais ou neperianos. A análise da variação de um valor com juros capitalizados continuamente pode ser vista em ALLEN (1), p. 259-63.

Substituindo (II) em (III), tem-se:

$$w_0 = y p_y e^{-\rho t} = p_y f(t, x_1, x_2, x_3) e^{-\rho t} \quad (IV)$$

Seja  $z = \phi(t, x_1, x_2, x_3)$  a função que mostra como varia, em função do tempo e das doses utilizadas de fertilizantes, o valor acumulado dos custos por árvore, relativos ao povoamento florestal, incluindo juros.

Seja  $T$  a idade em que se completou a formação do povoamento florestal,  $S$  o valor da terra ocupada e  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  os preços das doses utilizadas, por planta, de nitrogênio, fósforo e potássio, respectivamente, tem-se:

$$\phi(T, x_1, x_2, x_3) = \theta + e^{\rho T} \sum_{j=1}^3 x_j p_j + S(e^{\rho T} - 1) \quad (V)$$

onde  $\theta$  inclui os custos de planejamento e administração da formação do povoamento florestal, preparo do terreno, formação ou compra de mudas, plantio,

tratos culturais, exceto adubação, e juros sobre o investimento feito, exclusive valor da terra, até o instante T. Considere-se que a adubação foi efetuada no instante zero.

Admita-se que, depois de formado o povoamento florestal, o único custo, além dos juros sobre o investimento realizado, seja uma despesa anual constante igual a k, para limpeza de aceiros e vigilância (pagamento de guardas). No intervalo de tempo dt, o custo correspondente é, então kdt. O valor acumulado dessas despesas no intervalo entre os instantes T e t, incluindo juros, é dado por:

$$\int_T^t k e^{\rho(t-T)} dt = k \frac{e^{\rho(t-T)} - 1}{\rho} \quad (VI)$$

Considerando (V) e (VI), conclui-se que o montante dos custos relativos ao povoamento florestal num instante  $t > T$  é:

$$z = \phi(t, x_1, x_2, x_3) = \theta e^{\rho(t-T)} + e^{\rho t} \sum x_j p_j + S(e^{\rho t} - 1) + k \frac{e^{\rho(t-T)} - 1}{\rho}$$

O valor presente ou valor atual desse custo, isto é, o valor equivalente no instante  $t = 0$ , é:

$$\begin{aligned} z_0 &= \phi(t, x_1, x_2, x_3) e^{-\rho t} = \\ &= \theta e^{-\rho T} + \sum p_j x_j + S(1 - e^{-\rho t}) + k \frac{e^{-\rho T} - e^{-\rho t}}{\rho} \\ \text{ou} \\ z_0 &= \theta e^{-\rho T} + \sum x_j p_j + S + \frac{k e^{-\rho T}}{\rho} - (S + \frac{k}{\rho}) e^{-\rho t} \end{aligned} \quad (VII)$$

Reportando-se todos os valores ao instante  $t = 0$ , pode-se obter, de acordo com (VI) e (VII), a seguinte expressão para o valor atual da renda líquida por árvore, obtida com o povoamento florestal:

$$\begin{aligned} v_0 &= \psi(t, x_1, x_2, x_3) = x_0 - z_0 = \\ &= y p_y e^{-\rho t} - \left[ \sum x_j p_j + \theta e^{-\rho T} + S + \frac{k e^{-\rho T}}{\rho} - (S + \frac{k}{\rho}) e^{-\rho t} \right] \end{aligned}$$

ou

$$v_0 = \psi(t, x_1, x_2, x_3) = \left( y p_y + S + \frac{k}{\rho} \right) e^{-\rho t} - \sum x_j p_j - \theta e^{-\rho T} - S - \frac{k e^{-\rho T}}{\rho} \quad (VIII)$$

Considerem-se como idade ótima e como doses ótimas de fertilizantes aquelas que maximizam o valor dessa renda líquida. Ressalte-se que está sendo considerado apenas um ciclo de produção. No caso de admitir-se que o mesmo processo pode ser repetido indefinidamente, sem aumentar a escala de produção,

chega-se à solução de Faustmann<sup>1/</sup>. Pode-se demonstrar que as duas soluções são equivalentes, se o preço da terra for igual ao valor atual da série infinita de receitas líquidas obtidas com a exploração florestal<sup>2/</sup>.

As condições necessárias para se ter um máximo de  $v_0$  são obtidas igualando a zero as derivadas de primeira ordem de (VIII) que são:

$$\psi_t = \frac{\partial v_0}{\partial t} = p_Y \frac{\partial Y}{\partial t} e^{-\rho t} - \rho(Y p_Y + S + \frac{k}{\rho}) e^{-\rho t} \quad (IX)$$

$$\psi_j = \frac{\partial v_0}{\partial x_j} = p_Y \frac{\partial Y}{\partial x_j} e^{-\rho t} - p_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (X)$$

Igualando a zero e simplificando, obtém-se:

$$p_Y \frac{\partial Y}{\partial t} = \rho(Y p_Y + S) + k \quad (XI)$$

e

$$p_Y \frac{\partial Y}{\partial x_j} e^{-\rho t} = p_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (XII)$$

As equações (I), (XI) e (XII) constituem um sistema de equações, o qual permite obter os valores de  $t$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  que maximizam o valor atual da renda líquida, dependendo da verificação das condições de segunda ordem.

As condições de segunda ordem referem-se aos sinais dos menores principais do determinante Hessiano:

$$\psi = \begin{vmatrix} \psi_{tt} & \psi_{t1} & \psi_{t2} & \psi_{t3} \\ \psi_{t1} & \psi_{11} & \psi_{12} & \psi_{13} \\ \psi_{t2} & \psi_{12} & \psi_{22} & \psi_{23} \\ \psi_{t3} & \psi_{13} & \psi_{23} & \psi_{33} \end{vmatrix}$$

cujos elementos são os valores de

$$\psi_{tt} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}, \psi_{tj} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial t \partial x_j} \quad (j = 1, 2, 3)$$

e

$$\psi_{hj} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial x_h \partial x_j} \quad (h \leq j = 1, 2, 3)$$

1/ Uma excelente discussão das diferentes soluções propostas para o problema da determinação da idade ótima de corte de um povoamento florestal é apresentada em HIRSHLEIFER (4), pp. 82-90.

2/ A expressão que dá o valor atual da receita líquida de um ciclo pode ser obtida de (VIII) eliminando-se S.

no ponto que satisfaz às condições de primeira ordem.

Para que o ponto determinado pelas condições de primeira ordem seja um máximo, os menores principais de  $\psi$  devem ser negativos, se forem de ordem ímpar, e positivos, se forem de ordem par, isto é, deve-se ter:

$$\psi_{tt} < 0, \psi_{jj} < 0 \quad (j = 1, 2, 3),$$

$$\begin{vmatrix} \psi_{tt} & \psi_{t1} \\ \psi_{t1} & \psi_{11} \end{vmatrix} > 0, \text{ etc.}$$

De (IX) e (XI) obtém-se:

$$\psi_{tt} = p_y f_{tt} e^{-\rho t} - \rho^2 (y p_y + S + \frac{k}{\rho}) e^{-\rho t} \quad (\text{XIII})$$

De (XII) e (XIII) obtém-se:

$$\psi_{tj} = p_y f_{tj} e^{-\rho t} - \rho p_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (\text{XIV})$$

$$\psi_{hj} = p_y f_{hj} e^{-\rho t} \quad (h < j = 1, 2, 3) \quad (\text{XV})$$

De (XIII) verifica-se que para  $\psi_{tt} < 0$  deve-se ter:

$$\frac{p_y f_{tt}}{y p_y + S + \frac{k}{\rho}} < \rho^2$$

Como  $y p_y + S + \frac{k}{\rho} > 0$ , conclui-se que para satisfazer a condição  $\psi_{tt} < 0$  é suficiente, conquanto não seja necessário, que  $f_{tt} < 0$ , isto é, que a curva de crescimento do volume de madeira seja côncava.

De (XV) conclui-se que a condição  $\psi_{jj} < 0$  é equivalente à condição  $f_{jj} < 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

É interessante notar, outrossim, que a equação (XI) pode ser interpretada como a igualdade entre a produtividade-receita marginal do fator tempo e o custo ou despesa marginal com esse fator, que é a condição necessária usual para determinação da quantidade ótima de um fator ou insumo.

De (XII) tem-se:

$$p_y \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t},$$

que corresponde ao primeiro membro da equação (XI) e representa o acréscimo do valor do povoamento com o tempo, ou seja, é a produtividade-receita marginal do fator tempo.

Por outro lado, o segundo membro da equação (XI) corresponde aos custos ou despesas marginais com o fator tempo, englobando as despesas de manutenção (k) e os juros, ou seja, o custo de oportunidade devido a manter-se empatado o capital correspondente ao valor do povoamento florestal, incluindo a terra.

Na equação (XII) o primeiro termo representa o acréscimo do valor atual do povoamento, correspondente à utilização de mais uma unidade do respectivo fertilizante, ou seja, é a produtividade-receita marginal do fertilizante. Por outro lado, verifica-se que o segundo membro desta equação corresponde ao custo do emprego de uma unidade adicional desse fator, pois é o preço da dose utilizada de cada fertilizante.

Cumprе ressaltar que, ao determinar-se o ponto ótimo de corte por meio do sistema de equações (I), (XI) e (XII), não se está considerando qualquer possível influência dessa época de corte sobre o rendimento obtido nos cortes posteriores do mesmo povoamento.

Também se pressupõe que o preço de fertilizantes independe da quantidade adquirida para utilização no povoamento florestal e que, na idade ótima, a madeira não está sofrendo alterações significativas nas suas propriedades a ponto de afetar seus preços.

Além disso, a análise não leva em consideração os benefícios produzidos pelo povoamento florestal na medida em que **não** seja cortado, na qualidade de área de lazer, como proteção para o solo etc. Se, para determinado povoamento florestal, tais benefícios são importantes, é evidente que o corte deve ser adiado e até mesmo indefinidamente adiado<sup>3/</sup>.

No caso em que é desprezado, além das despesas de manutenção (k) do povoamento florestal após sua formação, o custo de oportunidade correspondente aos juros do capital empatado em terra, a equação (XI), que é uma das que permitem a determinação do ponto ótimo, pode ser simplificada. Neste caso, os valores de t, x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> e x<sub>3</sub> que maximizam a receita líquida serão dados pelo sistema de equações:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \rho y, \quad (XI)$$

$$\rho y \frac{\partial y}{\partial x_j} e^{-\rho t} = p_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (XII)$$

$$y = f(t, x_1, x_2, x_3) \quad (I)$$

### 3.2.3 Determinação da Idade Ótima de Corte, Quando se Ajusta a Função de Gompertz aos Dados de Crescimento do Volume de Madeira

No caso da função de Gompertz,

3/ Uma discussão dos diferentes pontos de vista em relação ao problema da determinação da idade ótima de corte de um povoamento florestal pode ser encontrada em SAMUELSON (13).

$$y = f(t) = abC^t \quad (XVI)$$

onde **a**, **b** e **C** são parâmetros, o valor da idade ótima de corte é a raiz da equação

$$G(t) = abC^t (C^t - 1)nb - \rho - U = 0 \quad (XVII)$$

onde  $U = \frac{\rho S + k}{p_y}$

A solução desta equação pode ser obtida através de método iterativo baseado no desenvolvimento pela série de Taylor. A dedução desta equação e o método de resolução podem ser vistos em HOFFMANN & BERGER (5).

Em se desprezando as despesas de manutenção (**k**) do povoamento após sua formação e o custo de oportunidade correspondente aos juros do capital empatado em terra, a equação que permite o cálculo da idade ótima de corte é:

$$t = \frac{1n\rho - 1n(B - 1nC)}{1nC} \quad (XVIII)$$

onde  $B = 1nb$ .

A idade ótima de corte, neste caso, é uma função explícita da taxa de juros e dos parâmetros da função de crescimento do volume de madeira.

HOFMANN & BERGER (5) mostraram que um valor aproximado para a variância do valor de **t** obtido de (18) é dado por:

$$V(t) = \frac{\left[1 + 1n\left(\frac{\rho}{B - 1nC}\right)\right]^2}{C^2(1nC)^4} V(C) + \frac{V(B)}{B^2(1nC)^2} + \frac{2\left[1 + 1n\left(\frac{\rho}{B - 1nC}\right)\right]}{B C (1nC)^3} cov(B,C) \quad (XIX)$$

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Modelo A. Função Logística

Foi possível ajustar aos dados a função logística. Os resultados da análise de regressão e da análise de variância dos logaritmos naturais do volume real de madeira em pé, para cada um dos seis blocos do ensaio, estão no quadro 1.

Constata-se que foram obtidos coeficientes de determinação elevados e que o teste F para regressão é sempre muito elevado. Entretanto, o valor de F para falta de ajustamento é significativo, ao nível de 5%, em todos os casos. Seria interessante, então, procurar outra função que melhor se ajustasse aos dados.

As diferenças entre tratamentos (aplicação de diferentes doses de fertilizantes e de corretivo) são significativas, ao nível de 5%, em todos os casos.

Verifica-se, também, que o valor do coeficiente de variação é bastante baixo, variando de 1,19% a 1,73%.

Em relação às estimativas dos parâmetros, note-se que as assíntotas das funções ajustadas variam de 114,46 a 147,65 dm<sup>3</sup> de volume real de madeira, por árvore, em pé.

#### **4.2 Modelo B. Função de Gompertz**

Foi possível ajustar aos dados a curva de Gompertz. Os principais resultados da análise de regressão e da análise de variância dos logaritmos do volume real de madeira em pé, para cada um dos seis blocos do ensaio, estão no quadro 2.

Verifica-se que foram obtidos coeficientes de determinação elevados e que o valor de F para regressão é sempre muito elevado. Entretanto, o valor de F para falta de ajustamento é significativo, ao nível de significância de 5%, em todos os casos. Seria interessante, em outra pesquisa, procurar uma função que se ajustasse melhor aos dados que a curva de Gompertz e que a curva logística.

Quanto às estimativas dos parâmetros, cumpre notar que a assíntota das curvas ajustadas varia de 127,04 a 187,38 dm<sup>3</sup> de volume real de madeira, por árvore, em pé.

**QUADRO 1.** Principais resultados da análise de regressão (conforme a equação logística:  $y = \frac{a}{1+bc^t}$  ou  $1ny = A + 1n \left[ 1 + e^{-(B+Ct)} \right]$ ) e da análise de variância dos logaritmos naturais do volume real de madeira em pé, por planta, para cada um dos seis blocos do ensaio, para *Eucalyptus saligna* Sm. em solo de Cerrado no Estado de SP.

Estatística	Bloco					
	1	2	3	4	5	6
$\hat{A}$	4,94010	4,91729	4,99483	4,85136	4,89333	4,74023
$s(\hat{A})$	0,09061	0,06799	0,10781	0,07007	0,07927	0,06979
$\hat{B}$	-1,43595	-1,48135	-1,50975	-1,43135	-1,45803	-1,35198
$s(\hat{B})$	0,05848	0,04473	0,06801	0,05328	0,05787	0,07595
$\hat{C}$	0,71859	0,74009	0,70706	0,77633	0,77105	0,83514
$s(\hat{C})$	0,09427	0,07332	0,10044	0,08990	0,09744	0,11735
$\hat{a} = e^{\hat{A}} (\text{dm}^3)$	139,78	136,63	147,65	127,91	133,40	114,46
$\hat{b} = e^{(-\hat{B})}$	4,20363	4,39889	4,52561	4,18434	4,29748	3,86508
$\hat{c} = e^{(-\hat{C})}$	0,48744	0,47707	0,49309	0,46009	0,46253	0,43381
Coef. de determinação	0,92065	0,95104	0,90973	0,93026	0,91859	0,89217
Abcissa do ponto de inflexão (anos)	2,00	2,00	2,14	1,84	1,89	1,62
Teste F para						
Regressão (logística)	1.128,30*	1.829,02*	1.028,74*	1.471,24*	835,25*	862,63*
Falta de ajustamento	9,85*	22,65*	16,90*	22,51*	14,93*	14,46*
Idade	619,08*	925,68*	522,77*	749,40*	425,10*	438,54*
Tratamentos (adubos e corretivos)	7,30*	4,41*	6,02*	6,36*	2,95*	6,56*
Coeficiente de variação	1,40%	1,19%	1,59%	1,29%	1,73%	1,61%

**Fonte:** Dados básicos da amostra.

**Nota:** O asterisco indica que o teste é significativo ao nível de 5%.

**QUADRO 2.** Principais resultados da análise de regressão (conforme a equação de Gompertz:  $y = abC^t$  ou  $1 ny = A + BCt$ ) e da análise de variância em blocos incompletos dos logaritmos naturais do volume real de madeira, para cada um dos seis blocos do ensaio, para *Eucalyptus saligna* Sm. em solo de cerrado no Estado de São Paulo

Estatística	Bloco					
	1	2	3	4	5	6
$\hat{A}$	5,13331	5,10808	5,23316	5,00472	5,05556	4,84453
$s(\hat{A})$	0,17207	0,13015	0,22070	0,12646	0,14449	0,11399
$\hat{B}$	-1,94725	-1,99222	-2,04105	-1,92891	-1,95888	-1,84620
$s(\hat{B})$	0,07865	0,05747	0,11276	0,05769	0,06397	0,08916
$\hat{C}$	0,67409	0,66595	0,69299	0,63868	0,64430	0,59330
$s(\hat{C})$	0,06136	0,04751	0,06731	0,05549	0,06053	0,06669
$\hat{a} = e^{\hat{A}} (\text{dm}^3)$	169,58	165,35	187,38	149,11	156,89	127,04
$\hat{b} = e^{\hat{B}}$	0,14267	0,13639	0,12989	0,14531	0,14101	0,15783
Coef. de determinação	0,91892	0,94893	0,90741	0,92779	0,91618	0,88962
Abcissa do ponto de inflexão (anos)	1,69	1,70	1,95	1,47	1,53	1,17
Teste F para						
Regressão (Gompertz)	1.226,00*	1.824,96*	1.026,13*	1.472,24*	833,06*	859,94*
Falta de ajustamento	12,16*	26,71*	19,51*	26,51*	17,12*	16,92*
Idade	619,08*	925,68*	522,77*	749,40*	425,10*	438,54*
Tratamentos (adubos e corretivo)	7,30*	4,41*	6,02*	6,36*	2,95*	6,56*
Coeficiente de variação	1,40%	1,19%	1,59%	1,29%	1,73%	1,61%

**Fonte:** Dados básicos da amostra.

**Nota:** O asterisco indica que o teste é significativo ao nível de 5%.

No quadro 3, é apresentado o valor da idade ótima de corte obtido da expressão (XVIII), ou seja, admitindo que o volume de madeira cresça conforme a função de Gompertz e desprezando as despesas de manutenção após a formação do povoamento florestal e o valor dos juros sobre o capital empatado em terra. É dado o valor da idade ótima para taxas de juros com capitalização anual variando de 5% a 18% ao ano, para cada um dos seis blocos do ensaio. É apresentada também uma estimativa do desvio-padrão da idade ótima, obtida de acordo com (XIX).

A uma taxa de 10% ao ano, verifica-se que a idade ótima está entre 4,4 e 5,6 anos, apresentando um valor médio de 5,1 anos.

À medida que a taxa de juros sobe, a idade ótima de corte diminui. Para uma taxa de 5% ao ano, a idade ótima está entre 5,7 e 7,4 anos, apresentando um valor médio de 6,7 anos, e para 18% ao ano está entre 3,4 e 4,1 anos, com um valor médio de 3,8 anos.

Os valores do desvio-padrão da idade ótima são razoavelmente baixos e decrescem à medida que aumenta a taxa de juros.

No quadro 4, é apresentado o valor da idade ótima de corte, obtida resolvendo-se a equação:

$$G(t) = ab^{Ct} (C^t - 1)nb - 1nC - \rho - U = 0 \quad (XX)$$

admitindo-se que:

$$U = \frac{\rho S + k}{p_y} = \frac{\rho \cdot 2,304}{0,03}$$

ou seja, desprezando-se as despesas de manutenção (k) após a formação do povoamento florestal e adotando-se os seguintes preços:

I) Cr\$ 5.120,00 por hectare, que era o preço médio, em janeiro de 1975, de terra para reflorestamento, no Estado de São Paulo, o que corresponde a Cr\$ 2.304,00 por 4,5 m<sup>2</sup>, que é a área ocupada por planta (IEA (7), p. 48).

II) Cr\$ 30,00 por m<sup>3</sup> de volume real de madeira em pé, o que equivale a Cr\$ 0,03 por dm<sup>3</sup>, valor estimado com base em informações junto a empresas, na mesma época.

**QUADRO 3.** Idade ótima de corte, em anos, e estimativa do respectivo desvio-padrão para seis blocos de *Eucalyptus saligna* Sm., a taxas de juros de 5% a 18% ao ano, desprezando-se as despesas de manutenção e os juros sobre o valor da terra

Taxa anual de juros para capitalização anual	Taxa anual de juros para capitalização contínua	Bloco					
		1	2	3	4	5	6
0,05	0,0488	6,99±0,69	6,91±0,54	7,44±0,88	6,41±0,50	6,53±0,70	5,71±0,49
0,06	0,0583	6,54±0,63	6,47±0,49	6,96±0,80	6,02±0,45	6,13±0,63	5,37±0,44
0,07	0,0677	6,16±0,57	6,11±0,45	6,55±0,73	5,68±0,41	5,79±0,58	5,09±0,40
0,08	0,0770	5,83±0,52	5,79±0,41	6,20±0,67	5,40±0,38	5,50±0,53	4,84±0,37
0,09	0,0862	5,55±0,48	5,51±0,38	5,89±0,62	5,14±0,35	5,24±0,49	4,63±0,34
0,10	0,0953	5,29±0,45	5,26±0,35	5,62±0,57	4,92±0,32	5,01±0,45	4,43±0,31
0,11	0,1044	5,06±0,41	5,04±0,33	5,37±0,53	4,72±0,30	4,80±0,42	4,26±0,29
0,12	0,1133	4,85±0,38	4,84±0,30	5,15±0,49	4,53±0,28	4,61±0,39	4,10±0,27
0,13	0,1222	4,66±0,35	4,65±0,28	4,94±0,46	4,36±0,26	4,44±0,36	3,96±0,25
0,14	0,1310	4,48±0,33	4,48±0,26	4,75±0,43	4,21±0,24	4,28±0,34	3,82±0,23
0,15	0,1398	4,32±0,30	4,32±0,24	4,58±0,40	4,07±0,22	4,14±0,31	3,70±0,21
0,16	0,1484	4,17±0,28	4,17±0,23	4,41±0,37	3,93±0,21	4,00±0,29	3,58±0,20
0,17	0,1570	4,02±0,26	4,03±0,21	4,25±0,34	3,81±0,19	3,87±0,27	3,48±0,18
0,18	0,1655	3,89±0,24	3,90±0,20	4,11±0,32	3,69±0,18	3,75±0,25	3,37±0,17

Fonte: Dados básicos da amostra.

Observa-se, no quadro 4, que, para uma taxa de juros de 10%, a idade ótima está entre 3,3 e 4,3 anos, apresentando, em média, um valor igual a 3,8 anos.

À medida que cresce a taxa de juros, o valor da idade ótima diminui. Para juros de 5% ao ano, a idade ótima varia entre 4,7 e 6,3 anos, sendo, em média, estimada em 5,6 anos. Para juros de 18% ao ano, a idade ótima está entre 1,8 e 2,2 anos, sendo, em média, estimada em 2 anos.

Nota-se que a variação da idade ótima de corte, para uma dada taxa de juros, não é muito grande de bloco para bloco, sendo os valores mais altos sempre os correspondentes ao bloco 3 e os menores ao bloco 6. O mesmo pode ser constatado (ver quadro 3), na análise em que se desprezam os juros sobre o valor da terra. Este fato deve ser compreendido tendo em vista as características da função ajustada. Pode-se verificar que, na função de Gompertz, os acréscimos relativos são dados por:

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = BC^t \ln C$$

Considerando-se os valores dos parâmetros estimados, verifica-se que, com 1 ano de idade, a taxa de crescimento relativo do volume de madeira é igual a 51,9% e 57,2% para os blocos 3 e 6, respectivamente. Aos 6 anos de idade, essas taxas de crescimento relativo passam a ser, respectivamente, 8,3% e 4,2%. A maior queda do valor da taxa de crescimento, que se verifica para o bloco 6, deve-se, obviamente, ao menor valor de C neste caso.

Tratando-se de experimento em blocos incompletos, as diferenças entre blocos são devidas às diferenças de condições de solo e aos diferentes tratamentos. Note-se, outrossim, que os blocos 2, 4 e 6 apresentam os mesmos tratamentos dos blocos 1, 3 e 5, respectivamente, razão por que as diferenças entre 1 e 2, entre 3 e 4 e entre 5 e 6 devem-se, exclusivamente, ao efeito das diferentes condições de solo.

A idade ótima depende de fatores edáficos, climáticos, tratos culturais e outros, e, nesse sentido, deve-se ressaltar que os resultados apresentados no quadro 4, assim como no quadro 3, referem-se especificamente aos dados analisados.

A obtenção de resultados mais genéricos implica em efetuar análises semelhantes para outros dados.

#### 4.3 Modelo C. Função Polinomial

A partir dos dados foi possível ajustar a equação de regressão abaixo, cujas estimativas dos respectivos desvios-padrão são apresentadas nos parênteses:

$$\hat{y} = -2,98191 + 44,9872 t - 4,73728 t^2 - 0,20977 x_1 - 0,35139 x_1^2 +$$

(4,46133) (3,04910) (0,54251) (2,25175) (0,81385)

**QUADRO 4.** Idade ótima de corte, em anos, para cada um dos seis blocos de experimento de *Eucalyptus saligna* Sm, a taxas de juros de 5% a 18% ao ano, considerando-se a relação entre os preços da terra (por 4,5 m<sup>2</sup>) e do volume real de madeira em pé (por dm<sup>3</sup>) igual a 2,304/0,03

Taxa anual de juros com capitalização anual	Taxa anual de juros com capitalização contínua	Bloco					
		1	2	3	4	5	6
0,05	0,0488	5,88	5,82	6,34	5,34	5,48	4,69
0,06	0,0583	5,39	5,34	5,82	4,92	5,05	4,32
0,07	0,0677	4,98	4,94	5,37	4,55	4,68	4,01
0,08	0,0770	4,61	4,58	4,97	4,23	4,35	3,73
0,09	0,0862	4,28	4,26	4,62	3,94	4,06	3,48
0,10	0,0953	3,98	3,97	4,29	3,67	3,79	3,26
0,11	0,1044	3,70	3,70	4,00	3,43	3,54	3,05
0,12	0,1133	3,43	3,45	3,71	3,20	3,31	2,85
0,13	0,1222	3,19	3,21	3,45	2,99	3,09	2,67
0,14	0,1310	2,95	2,98	3,19	2,78	2,88	2,50
0,15	0,1398	2,72	2,76	2,94	2,58	2,68	2,33
0,16	0,1484	2,49	2,54	2,70	2,39	2,49	2,16
0,17	0,1570	2,26	2,32	2,45	2,19	2,29	2,00
0,18	0,1655	2,03	2,10	2,20	2,00	2,10	1,84

Fonte: Dados básicos da amostra.

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{2,22315}{(2,25175)} x_2 - \frac{1,08056}{(0,81385)} x_2^2 - \frac{5,36633}{(2,25175)} x_3 + \frac{0,09444}{(0,81385)} x_3^2 + \frac{0,24811}{(0,47973)} tx_1 + \\
 &+ \frac{1,28665}{(0,47973)} tx_2 + \frac{1,14920}{(0,47973)} tx_3 - \frac{0,69167}{(0,57548)} x_1 x_2 + \frac{2,28230}{(0,57548)} x_1 x_3 + \\
 &+ \frac{1,48281}{(0,57548)} x_2 x_3 + \frac{2,68009}{(0,76730)} C - \frac{1,76668}{(1,32901)} Z_1 + \\
 &+ \frac{1,36665}{(1,32901)} Z_2 - \frac{3,19029}{(1,32901)} Z_3 - \frac{0,68335}{(1,32901)} Z_4 - \frac{6,31946}{(1,32901)} Z_5
 \end{aligned}$$

onde:

$\hat{y}$  é o valor estimado do volume real de madeira em pé, por árvore, em dm<sup>3</sup>;  
 $t$  é a idade das plantas, contada após o plantio, em anos;

$x_1$  é a quantidade empregada de nitrogênio, em número de doses de 30 quilogramas de N por hectare ou 13,5 gramas por planta;

$x_2$  é a quantidade empregada de fósforo, em número de doses de 20 quilogramas de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> por hectare ou 18 gramas por planta;

$x_3$  é a quantidade empregada de potássio, em número de doses de 50 quilogramas de K<sub>2</sub>O por hectare ou 22,5 gramas por planta.

e

C, Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>, Z<sub>3</sub>, Z<sub>4</sub> e Z<sub>5</sub> são variáveis binárias, de forma que C permite indicar o efeito da aplicação de calcário e as demais os seis diferentes blocos considerados na análise.

Uma vez que o modelo polinomial do segundo grau não admite ponto de inflexão e como o ponto de inflexão da curva de crescimento do volume de madeira é nitidamente superior a 1,14 anos (ver quadro 2), no ajuste do modelo polinomial foram desprezados os dados referentes à idade de 1,14 anos. Com os dados referentes às 4 idades subseqüentes, o número total de observações é 432.

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) obtido foi 0,895 e o valor do teste F da regressão foi 175,17 (significativo ao nível de 5%).

Constata-se, por outro lado, que os termos quadráticos têm coeficientes negativos, com exceção de  $x_3^2$ . É condição necessária, para existência de máximo, que todos os termos quadráticos tenham coeficientes negativos e, para a existência de mínimo, que todos esses coeficientes sejam positivos. Se ocorrer o aparecimento simultâneo de termos positivos e negativos, o ponto não é de máximo nem de mínimo, e, sim, um ponto de sela.

Dessa forma, a variável K foi suprimida, e reiniciado o ajustamento de equações, antes de quaisquer outras análises.

PIMENTEL GOMES (12) ressalta que “nos estudos econômicos de ensaios de adubação (e também em estudos similares de máximos e mínimos de superfícies de resposta) a possibilidade de aparecimento de mínimos e de pontos de sela não tem sido considerada”, o que tem gerado conclusões erradas em vários trabalhos publicados. Cita, outrossim, que CAMPOS (2), analisando 50 bons ensaios fatoriais  $3 \times 3 \times 3$  de adubação com N, P e K, e levando em conta o comportamento da diferencial segunda, encontrou 42 casos de pontos de sela, 1 de mínimo e 7 de máximo.

Antes, fora tentado o ajustamento da função cúbica, tendo-se constatado multicolinearidade em grau muito elevado, razão por que essa análise foi abandonada.

Excluída a variável K, foi possível ajustar a equação de regressão, a seguir, cujas estimativas dos respectivos desvios-padrão das estimativas dos parâmetros estão assinaladas nos parênteses:

$$\hat{y} = - 8,19083 + 46,13636 t - 4,73727 t^2 + 2,07252 x_1 - 0,35139 x_1^2 + \\ (4,34012) \quad (3,13219) \quad (0,56431) \quad (2,26449) \quad (0,84656) \\ + 3,70596 x_2 - 1,08056 x_2^2 + 0,24811 tx_1 + 1,28665 tx_2 - 0,69167 x_1 x_2 + \\ (2,26449) \quad (0,84656) \quad (0,49902) \quad (0,49902) \quad (0,59861)$$

$$\begin{aligned}
& + 2,68009 C - 1,76668 Z_1 + 1,36665 Z_2 - 3,19029 Z_3 - 0,68335 Z_4 - \\
& \quad (0,79815) \quad (1,38243) \quad (1,38243) \quad (1,38243) \quad (1,38243) \\
& -6,31946 Z_5 \\
& \quad (1,38243)
\end{aligned}$$

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) obtido foi 0,885 e o valor do teste F da regressão foi 213,44 (significativo ao nível de 5%).

A determinação do valor da idade ótima de corte e das doses ótimas de fertilizantes foi feita a partir do sistema de equações (I), (XI) e (XII), no caso de se considerarem os juros sobre a terra, e a partir do sistema de equações (I), (XII) e (XVI), no caso de serem desprezados os mesmos.

Os preços adotados para a determinação da idade ótima de corte e das doses ótimas de fertilizantes foram os mesmos adotados para a determinação da idade ótima de corte quando o volume cresce conforme a função de Gompertz, além dos seguintes:

I) Cr\$ 2.023,25 por tonelada de sulfato de amônio, com, aproximadamente, 20% de nitrogênio (N), que era o preço médio em janeiro de 1975, em São Paulo, o que corresponde a Cr\$ 0,13657 por dose de 13,5 gramas de N por planta, sem se considerarem subsídios, e Cr\$ 0,08194 considerando-se subsídio de 40% nos preços de fertilizantes (IEA (8), p. 11).

II) Cr\$ 1.299,17 por tonelada de superfosfato simples, com, aproximadamente, 20% de  $P_2O_5$ , que era o preço médio em janeiro de 1975, em São Paulo, o que corresponde a Cr\$ 0,117 por dose de 18 gramas de  $P_2O_5$  por planta, sem se considerarem subsídios, e Cr\$ 0,0702 considerando-se subsídio de 40% nos preços de fertilizantes (IEA (8), p. 11).

A análise foi feita com e sem um subsídio de 40% aos preços dos fertilizantes. As taxas de juros utilizadas foram de 5% e de 10% ao ano, com capitalização anual, sendo considerada a hipótese da inclusão dos juros sobre o valor da terra e a de sua exclusão. Foram desprezadas as despesas de manutenção, após a formação do povoamento florestal.

Em todos os casos considerados, o valor obtido da dose ótima de nitrogênio foi negativo, razão por que a análise foi refeita admitindo-se dose zero para esse fertilizante.

Em todos os casos foram verificadas as condições de segunda ordem para máximo.

No quadro 5, é apresentado o valor da idade ótima de corte e das doses ótimas de fertilizantes para os preços considerados, admitindo ou não o mencionado subsídio, para uma taxa de juros de 10% ao ano, capitalizados anualmente, com e sem aplicação de calcário.

**QUADRO 5. Idade ótima de corte, em anos, e dose ótima de fósforo (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>), em kg/ha, com e sem aplicação de calcário, para *Eucalyptus saligna* Sm, a uma taxa de juros de 10% ao ano, admitindo ou não subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, desprezando as despesas de manutenção e considerando os juros sobre o valor da terra**

Bloco	Com subsídio de 40%				Sem subsídio			
	Sem calcário		Com calcário		Sem calcário		Com calcário	
	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)
1	3,34	88,6	3,31	88,0	3,26	47,7	3,23	47,3
2	3,35	88,8	3,33	88,4	3,27	47,9	3,25	47,6
3	3,32	88,2	3,30	87,9	3,24	47,4	3,22	47,2
4	3,37	89,1	3,34	88,6	3,28	48,0	3,26	47,7
5	3,34	88,6	3,32	88,2	3,26	47,7	3,24	47,4
6	3,39	89,5	3,37	89,1	3,31	48,5	3,29	48,2

Fonte: Dados básicos da amostra.

Nota: A dose de nitrogênio é sempre zero.

Observa-se que, considerando-se subsídio de 40% nos preços fertilizantes, a idade ótima de corte está entre 3,3 e 3,4 anos e a dose ótima de fósforo (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>) varia entre 88 e 89 kg por hectare.

Sem se admitirem subsídios, a idade ótima está entre 3,2 e 3,3 anos e a dose ótima de fósforo varia entre 47 e 48 kg de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> por hectare.

Constata-se ser pequena a variação devida aos efeitos de blocos e da aplicação de calcário na determinação da idade ótima de corte e da dose ótima de fósforo. Por outro lado, observa-se que a adoção de um subsídio de 40% nos preços dos fertilizantes eleva substancialmente o valor da dose ótima de fósforo, que aumenta em, aproximadamente, 86%, ao passo que tem pequena influência na determinação da idade ótima de corte.

No quadro 6, pode-se observar o valor da idade ótima de corte e das doses ótimas de fertilizantes para os preços considerados, com e sem subsídio de 40% nos preços dos fertilizantes, com e sem aplicação de calcário, e desprezando-se, além das despesas de manutenção após a formação do povoamento florestal, também os juros sobre o valor da terra.

Observa-se que, admitindo-se subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, a idade ótima de corte está entre 4,0 e 4,1 anos e a dose ótima de fósforo varia entre 100 e 102 kg de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> por hectare.

Sem se admitirem subsídios, a idade ótima de corte está entre 3,9 e 4,0 anos e a dose ótima de fósforo está entre 57 e 58 kg por hectare.

A adoção de subsídio de 40% nos preços de fertilizantes implica vigoroso incremento no valor da dose ótima de fósforo, que aumenta em, aproximadamente, 76%, conquanto tenha influência pequena na determinação da idade ótima de corte.

Desprezando-se o valor dos juros sobre a terra, o valor da idade ótima de corte é maior, assim como o da dose ótima de fósforo, o que pode ser constatado comparando os resultados apresentados nos quadros 5 e 6.

**QUADRO 6. Idade ótima de corte, em anos, e dose ótima de fósforo (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>), em kg/ha, com e sem aplicação de calcário, para *Eucalyptus saligna* Sm, a uma taxa de juros de 10% ao ano, admitindo ou não subsídio de 40% nos preços dos fertilizantes e desprezando as despesas de manutenção e os juros sobre o valor da terra**

Bloco	Com subsídio de 40%				Sem subsídio			
	Sem calcário		Com calcário		Sem calcário		Com calcário	
	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)
1	4,04	101,1	4,02	100,8	3,95	57,5	3,93	57,2
2	4,06	101,5	4,03	101,0	3,97	57,7	3,94	57,3
3	4,03	101,0	4,00	100,4	3,94	57,3	3,91	56,9
4	4,07	101,7	4,05	101,3	3,98	57,9	3,96	57,6
5	4,05	101,3	4,02	100,8	3,96	57,6	3,93	57,2
6	4,10	102,2	4,08	101,9	4,01	58,3	3,99	58,0

**Fonte:** Dados básicos da amostra.

**Nota:** A dose de nitrogênio é sempre zero.

No quadro 7, é apresentado o valor da idade ótima de corte e das doses ótimas de fertilizantes para os preços considerados, considerando-se ou não subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, a uma taxa de juros de 5% ao ano, com capitalização anual, com e sem aplicação de calcário, e desprezando-se, além das despesas de manutenção após a formação do povoamento florestal, também os juros sobre o valor da terra.

Observa-se que, admitindo-se subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, a idade ótima de corte está entre 4,6 e 4,7 anos e a dose ótima de fósforo varia entre 125 e 126 quilogramas de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> por hectare.

Sem se admitirem subsídios, a idade ótima de corte está entre 4,5 e 4,6 anos e a dose ótima de fósforo está entre 86 e 87 quilogramas por hectare.

A adoção do subsídio de 40% nos preços de fertilizantes eleva substancialmente o valor da dose ótima de fósforo, que aumenta em, aproximadamente, 44%, conquanto tenha pequeno efeito na determinação da idade ótima de corte.

A uma taxa de juros mais baixa, é maior o valor da idade ótima de corte e da dose ótima de fertilizante. Isso pode ser verificado comparando-se com os resultados apresentados no quadro 6.

Observa-se, em todos os casos analisados, que a aplicação de calcário traduz-se invariavelmente em redução no valor da idade ótima de corte e da dose ótima de fósforo; esta variação é, contudo, muito pequena.

O bloco 6, sem aplicação de calcário, foi o que apresentou, em todos os casos analisados, os valores mais elevados para idade ótima de corte e para dose ótima de fósforo. O bloco 3, com aplicação de calcário, apresentou os valores mais baixos.

A pequena variação da idade ótima de corte e da dose ótima de fertilizante como efeito de blocos (solo) e da aplicação de calcário é, em grande parte, consequência das características da função ajustada (polinomial), onde se admite que os coeficientes das variáveis  $t$ ,  $x_1$  e  $x_2$  não são afetados, mas apenas o intercepto, que é representado pelo termo constante, e corresponde ao nível da hipersuperfície num espaço tetradimensional ( $y$ ,  $t$ ,  $x_1$  e  $x_2$ ).

**QUADRO 7. Idade ótima de corte, em anos, e dose ótima de fósforo (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>), em kg/ha, com e sem aplicação de calcário, para *Eucalyptus saligna* Sm, a uma taxa de juros de 5% ao ano, admitindo ou não subsídio de 40% nos preços dos fertilizantes e desprezando as despesas de manutenção e os juros sobre o valor da terra**

Bloco	Com subsídio de 40%				Sem subsídio			
	Sem calcário		Com calcário		Sem calcário		Com calcário	
	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)	Idade (anos)	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (kg/ha)
1	4,66	125,2	4,64	124,8	4,55	86,8	4,54	86,8
2	4,67	125,4	4,65	125,0	4,56	87,0	4,55	86,8
3	4,65	125,0	4,64	124,8	4,54	86,6	4,53	86,4
4	4,67	125,4	4,66	125,2	4,57	87,2	4,55	86,8
5	4,66	125,2	4,65	125,0	4,55	86,8	4,54	86,6
6	4,70	126,0	4,68	125,6	4,58	87,4	4,57	87,2

Fonte: Dados básicos da amostra.

Nota: A dose de nitrogênio é sempre zero.

Estas características explicariam também o fato de o bloco 6 apresentar, em todos os casos analisados, os valores mais elevados para a idade de corte, enquanto que o bloco 3 sempre os menores. Como o bloco 6 é o que apresenta os menores valores para o termo constante, e o bloco 3 os maiores, os maiores acréscimos relativos no volume, a uma mesma idade considerada, serão os do bloco 6 e os menores os do bloco 3, conquanto os acréscimos absolutos sejam iguais. Portanto, sendo a idade ótima de corte determinada em função do valor dos acréscimos relativos, o bloco 6 deverá apresentar maior valor da idade ótima de corte, ou seja, demorará mais tempo até que o ponto em que a produtividade-receita marginal do fator tempo seja igual ao seu custo marginal. O inverso deve ocorrer com o bloco 3.

## 5. CONCLUSÕES

Os resultados deste trabalho foram obtidos através do ajustamento de funções de Gompertz, logística e polinomial aos dados de volume real de madeira obtidos de um experimento de adubação de *Eucalyptus Saligna* Sm, em solos de cerrado no Estado de São Paulo.

No caso das funções sigmóides, os seis blocos do ensaio foram considerados separadamente. Nesse caso, para cada bloco foi feita uma análise de variância considerando dois critérios de variação, sendo o efeito da aplicação de adubos e corretivos considerado como "tratamentos". A soma de quadrados referente à idade (com 4 graus de liberdade) foi decomposta numa soma de quadrados de "regressão" conforme a função de Gompertz ou logística (com 2 graus de liberdade) e uma soma de quadrados de "falta de ajustamento" (com 2 graus de liberdade).

Foram determinadas, no caso em que o volume cresce de conformidade com a função polinomial, a idade ótima de corte e as doses ótimas de fertilizantes, admitindo-se que o empresário deseja maximizar o valor da renda líquida em certo instante.

Foram considerados juros com capitalização contínua, a fim de obter funções contínuas e deriváveis. No caso do ajustamento da curva de Gompertz, foi determinada a idade ótima de corte, com base nas mesmas pressuposições.

Nessas análises, considerou-se como Cr\$ 5.120,00 por hectare o preço médio da terra nua para reflorestamento, Cr\$ 30,00 o preço do m<sup>3</sup> de volume real de madeira em pé, Cr\$ 2.023,25 o preço da tonelada de sulfato de amônio (20% de N) e Cr\$ 1.299,17 o preço da tonelada de superfosfato simples (20% de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>). Os dados são os publicados pelo Instituto de Economia Agrícola da Secretaria da Agricultura do Estado de São Paulo, correspondentes a janeiro de 1975, exceto o do preço da madeira, obtido junto a empresas.

A análise foi feita com e sem um subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, e considerando-se ou não os juros sobre o capital empatado em terra.

Os resultados obtidos e as conclusões são os seguintes:

- a) as funções de Gompertz e logística ajustaram-se bem aos dados, sendo o teste F para regressão sempre muito elevado;
- b) o valor de F para falta de ajustamento, no entanto, foi significativo em todos os casos, ao nível de 5%. Seria interessante que em outra pesquisa fosse procurada função que melhor se adaptasse aos dados;
- c) no caso em que o volume de madeira cresce segundo a função de Gompertz, para uma taxa de juros de 10% ao ano, desprezando-se os juros sobre o capital empatado em terra, a idade de corte é, em média, igual a 5,1 anos;

- d) considerando-se juros de 10% ao ano sobre o capital empatado, inclusive terra, a idade ótima de corte é, em média, 3,8 anos, para o experimento em pauta;
- e) à medida que aumenta a taxa de juros, diminui o valor da idade ótima de corte. Desprezando-se os juros sobre o capital empatado em terra, a idade ótima de corte é, em média, para juros de 5% ao ano, 6,7 anos e para 18% ao ano é 3,8 anos;
- f) no ajustamento da função polinomial, constatou-se que o único termo quadrático positivo era o da variável potássio. O aparecimento simultâneo de termos quadráticos positivos e negativos indica que a função não apresenta máximo nem mínimo, e, sim, ponto de sela, sendo por essa razão suprimida a variável potássio e novamente ajustada a equação polinomial. A equação obtida apresentou um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) igual a 0,885 e o valor do teste F para regressão foi significativo ao nível de 5%;
- g) o valor obtido da dose ótima de nitrogênio foi negativo em todas as hipóteses consideradas, razão por que a análise, com o crescimento de volume de madeira fazendo-se segundo a função polinomial, foi refeita admitindo dose zero para esse fertilizante;
- h) para juros de 10% ao ano, desprezando-se os juros sobre o valor da terra e sem se admitirem subsídios nos preços de fertilizantes, a idade ótima de corte é, em média, 3,9 anos e a dose ótima de fósforo é 57 kg de  $P_2O_5$  por ha. Admitindo-se subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, a idade ótima de corte é, em média, 4,0 anos e a dose ótima de fósforo é 101 kg de  $P_2O_5$  por ha;
- i) para juros de 5% ao ano, desprezando-se os juros sobre o valor da terra e sem se admitirem subsídios nos preços de fertilizantes, a idade ótima de corte é, em média, 4,6 anos e a dose ótima de fósforo é 87 kg de  $P_2O_5$  por ha. Admitindo-se subsídio de 40% nos preços de fertilizantes, a idade ótima de corte é, em média, 4,7 anos e a dose ótima de fósforo é 125 kg de  $P_2O_5$  por ha;
- j) a adoção de subsídio de 40% nos preços de fertilizantes implica em significativo incremento no valor da dose ótima de fósforo, ao passo que tem pequeno efeito na determinação da idade ótima de corte.

## 6. LITERATURA CITADA

1. ALLEN, R.G.D. **Análise matemática para economistas**. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1965, 2 v. 630 p.
2. CAMPOS, H. **Aspectos da aplicação das superfícies de resposta a ensaios fatoriais <sup>3</sup> de adubação**. Piracicaba, ESALQ-USP, 1967. 82 p. (Tese de Livre-docência).

3. COUTO, H.T.Z. do. **Equações dendrométricas** (trabalho inédito, sem data).
4. HIRSHLEIFER, J. **Investment, interest and capital**. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1970. 320 p.
5. HOFFMANN, R. & BERGER, R. **Determinação da idade ótima de corte de povoamentos de *Eucalyptus***. Piracicaba, ESALQ Departamento de Economia e Sociologia Rural. Série Pesquisa, n.º 24, 1973. 28 p. Também publicado em IPEF (Revista do Instituto de Pesquisas e Estudos Florestais), n.º 7, 1973, p. 49-69.
6. HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. **Análise de regressão: uma introdução à econometria**. São Paulo, HUCITEC, Ed. da Universidade de São Paulo, 1977. 339 p.
7. IEA (Instituto de Economia Agrícola) **Prognóstico. Ano Agrícola 75/76**. São Paulo, Secretaria da Agricultura, 1975. 226 p.
8. IEA (Instituto de Economia Agrícola) **Informações Econômicas 1**. São Paulo, janeiro de 1975.
9. MELLO, H.A. **Aspectos do emprego de fertilizantes minerais no reflorestamento de solos de cerrado no Estado de São Paulo com *Eucalyptus saligna* Sm**. Piracicaba, ESALQ/USP, 1968. 176 p. (Tese para Provimento de Cargo de Professor Catedrático).
10. NELDER, J.A. The fitting of a generalization of the logistic curve. **Biometrics**, Washington, (17):89-110, março de 1961.
11. NELSON, W.C. **An economic analyses of fertilizer utilization in Brazil**. Columbus, Ohio, The Ohio State University, 1971 (Tese para Ph. D.).
12. PIMENTEL GOMES, F. Novos aspectos do estudo econômico de ensaios de adubação. **Fertilité**, Paris, (34):3-9, 1969.
13. SAMUELSON, P.A. Economics of forestry in an evolving society. **Economic Inquiry**, Los Angeles, 14(4):466-92, dec. 1976.
14. STEVENS, W.L. Asymptotic regression. **Biometrics**, Washington, (7):247-67, sept. 1951.
15. WRIGHT, C.L.; MEYER, R.L.; ENGLER, J.J. de C. **Adubação de culturas anuais: aspectos econômicos**. Piracicaba, ESALQ, Departamento de Economia e Sociologia Rural. Série Pesquisa, n. 28, 1975. 20 p.